

О РАБОТЕ С ПОНЯТИЯМИ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Евсеева Александра Андреевна,
учитель математики МБОУ «Лицей №1», г. Чистополь
aleksandra25_10@mail.ru

Аннотация: В данной статье представлен анализ использования понятий теории множеств в школьном курсе математики и рассмотрены возможности применения изучаемых понятий при обучении математике и изучении других школьных дисциплин.

Ключевые слова: множества, межпредметные связи математики, логические задачи.

ABOUT WORKING WITH CONCEPTS OF SET THEORY IN A SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

Evseeva Aleksandra Andreevna,
math teacher MBEI "Liceum №1", Chistopol
aleksandra25_10@mail.ru

Abstract: This case study presents an analysis of the concepts of set theory in the school of mathematics and possibilities of application of studied concepts in the teaching of mathematics and the study of other school subjects.

Key words: multiple, interdisciplinary connections mathematics, logical tasks.

Каждый человек, так или иначе, сталкивается с понятием множества: множеством коллег по работе и сведений о них, множеством букв русского алфавита, множеством знаков дорожного движения и пр. Множество – одно из основных понятий не только современной математики, используемое почти во всех ее разделах, но и современной жизни. В свете реализации ФГОС «множество» по праву может считаться одним из главных метапредметных понятий школьного курса. Многие экономические, технические, лингвистические, экологические науки применяют в своих исследованиях аппарат теоретико-множественных идей. Использование множеств и операций над ними позволяет осветить с современных позиций целый ряд разделов школьной математики и её приложений. В то же время основные понятия теории множеств настолько просты и ясны, что их можно начинать преподавать и в начальной школе. Именно такой подход реализован в серии школьных учебников для начального звена Л. Г. Петерсон.

В основной же школе, на наш взгляд, понятиям теории множеств уделяется лишь формальное внимание. Рассмотрим тематическое планирование для различных УМК, используемых в основной школе, работающей по ФГОС ООО, для классов, нацеленных на повышенный уровень математической подготовки учащихся.

Тематическое планирование для 5-6 классов из расчета 6 часов математики в неделю:

УМК Тема	Количество часов			
	Н. Я. Виленкина и др.	Г. В. Дорофеева др.	С.М. Никольского и др.	И. И.Зубаревой и др.
Элементы теории множеств. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна	-	6	-	-

Тематическое планирование для 7-9 классов из расчета 4 часа математики в неделю:

УМК Тема	Количество часов				
	Ш.А.Алимова и др.	Г.В.Дорофеева и др.	Ю.Н.Макарычева и др.	А.Г.Мордковича и др.	С.М.Никольского и др.
Элементы теории множеств. Понятие множества. Операции над	2	-	-	4	2

множествами					
Последовательности. Способы задания последовательностей. Рекурсия	2	3	-	6	3
Прогрессии. Элементы теории суммирования	18	24	17	22	20

Проведя сравнительный анализ, можно сделать вывод об отсутствии или присутствии лишь незначительного материала по теории множеств в учебниках 5-9 классов. Конечно, многие факты теории множеств встречаются в задачном материале учебников, но на должном уровне ни понятия, ни идеи теории множеств не изучаются.

Так как во многих вопросах приходится рассматривать некоторую совокупность элементов как единое целое: изучать, классифицировать, систематизировать, обобщать, выделять общие и отличительные черты, то есть работать с множествами, – мы считаем целесообразным уделить внимание этому разделу математики, если не во время уроков, то хотя бы во время внеклассной работы по математике, предусмотренной ФГОС.

При проведении занятий по теории множеств большое внимание необходимо уделять разбору примеров множеств из окружающего мира. Надо научить школьников видеть конкретные примеры множеств, подмножеств, пересечений и объединений множеств и т.д. В то же время следует разобрать достаточное число примеров из уже известных школьникам вопросов математики, научить подходить к этим вопросам с теоретико-множественных позиций. Такие понятия, как система уравнений и неравенств, совокупность уравнений и неравенств, получают естественное истолкование на языке теории множеств. Особое внимание необходимо уделять определению отношений между множествами, умению разбивать множества на подмножества.

Как уже было сказано, в содержание многих учебников начальной школы включены некоторые понятия теории множеств, поэтому мы предлагаем продолжить изучение фактов из теории множеств и в 5 классе. Необходимо познакомить учащихся, если они не были знакомы, с понятием множества, с основными операциями: объединением и пересечением множеств, дать определение подмножества, рассмотреть конечные и бесконечные числовые множества, а также научить использовать теоретико-множественные идеи при решении логических задач, с использованием диаграмм Эйлера-Венна. При изучении данной темы отрабатываются навыки использования символов при записи множеств. Формируется умение учащихся изображать множества и отношения между ними. Графическая иллюстрация свойств множеств на диаграммах Эйлера-Венна позволяет делать наглядными различные утверждения, касающихся множеств.

В 6 классе необходимо закрепить знания теории множеств и расширить её на множества, состоящие из бесконечного числа элементов, рассмотреть применение теории множеств к решению логических задач, на примере использования формулы включений и исключений. Кроме того, теория множеств очень тесно связана с применением логических методов доказательства. В этом возрасте целесообразно будет познакомить школьников с прямым методом доказательства, методом доказательства перебором всех возможных вариантов, а также методом доказательства от противного.

В 7 классе предлагается расширить применяемые над множествами операции (объединение, пересечение, разность, дополнение, декартово произведение), рассмотреть идею отображения множеств, а также научиться преобразовывать простейшие выражения, содержащие множества средствами алгебры множеств. Здесь же целесообразно познакомить школьников с решением простейших уравнений на множестве целых и натуральных чисел.

В 8–9 классе необходимо систематизировать знания о натуральных, целых, рациональных, иррациональных и действительных числах, как элементах бесконечных множеств, рассмотреть понятие мощности множества и несколько примеров применения алгебры множеств в более сложных случаях. А так же уделить внимание решению уравнений и неравенств различного типа в их тесной взаимосвязи с понятиями теории множеств.

Рассмотрим примеры задач, которые можно предложить учащимся в 5-7 классах:

- ✓ Задание на умение выявлять общие и отличительные признаки: В чём сходство и различие отрезка и луча, луча и прямой?
- ✓ Задание на доказательство методом перебора: Докажите, что все числа из множества {1001, 10011001, 100110011001} кратны 7, 11 и 13.
- ✓ Задание на поиск закономерности: Установи закономерность и запиши ещё два числа: 4, 8, 8, 11, 16, 14, 32, 17, ...
- ✓ Задание на опровержение утверждения: Приведи контрпример к утверждению: «Все решения неравенства $8 < x < 11$ кратны 2».
- ✓ Задача на применение диаграмм Эйлера-Венна (для 2 множеств): В группе из 100 туристов 70 человек знают английский язык, 45 знают французский язык и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?
- ✓ Задача на применение диаграмм Эйлера-Венна (для 3 множеств): В олимпиаде по математике для абитуриентов приняло участие 40 учащихся, им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по тригонометрии. По алгебре решили задачу 20 человек, по геометрии – 18 человек, по тригонометрии – 18 человек. По алгебре и геометрии решили 7 человек, по алгебре и тригонометрии – 9 человек. Ни одной задачи не решили 3 человека.
- ✓ Задача на анализ информации в табличной форме и применение диаграмм Эйлера-Венна (для 3 множеств): В олимпиаде по иностранному языку принимало участие 40 студентов, им было предложено ответить на один вопрос по лексикологии, один по страноведению и один по стилистике.

Результаты проверки ответов представлены в таблице:

Получены правильные ответы на вопросы	Количество ответивших
по лексикологии	20
по страноведению	18
по стилистике	14
по лексикологии и страноведению	7
по лексикологии и стилистике	8
по страноведению и стилистике	9

Известно также, что трое не дали правильных ответов ни на один вопрос. Сколько студентов правильно ответили на все три вопроса? Сколько студентов правильно ответили ровно на два вопроса?

- ✓ Задача на применение теории множеств и методов логического доказательства: На кружок пришло 60 учеников. Оказалось, что среди любых 10 учеников есть не меньше трёх одноклассников. Докажите, что среди кружковцев найдётся по меньшей мере 15 учеников, которые учатся в одном классе.
- ✓ Задача на перебор всех возможных вариантов: У Васи 4 рубашки — красная, желтая, голубая, и зеленая, и 2 вида брюк – синие и черные. Сколькими способами он может составить себе костюм?
- ✓ Задача на упорядочивание множеств: В семье четверо детей. Им 5, 8, 13, и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори, и сумма лет Ани и Веры делится на три?
- ✓ Задача на нахождение числа элементов в декартовом произведении множеств: В школьной столовой на первое можно заказать щи, суп и борщ, на второе – котлету и рыбу, а на третье – чай и морс. Сколько различных обедов можно составить из указанных блюд?

В 8-9 классе целесообразно включать в систему заданий упражнения с элементами теории множеств, встречающиеся на экзаменах по различным школьным предметам, а так же в олимпиадах различного уровня:

Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2012-2013 учебный год 8 класс: На дне рождения у Маши перед каждым из 10 гостей лежало равное количество конфет. Во время чаепития первый съел одну конфету, второй - две, третий - три, и т.д., десятый - 10 конфет. Маша захотела перед вторым чаепитием переложить конфеты так, чтобы вновь перед каждым лежало

равное количество конфет, но папа, не глядя на стол, сказал, что она не сможет это сделать. Почему он так решил?

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2013-2014 учебный год 9 класс: В каждой из 9 кучек различное число камней. Известно, что каждую из кучек можно полностью разложить по остальным так, что число камней во всех них станет равным. Каким может быть минимальное число камней в самой большой кучке?

Республиканский этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2014-2015 учебный год 9 класс: За круглым столом сидят 2015 человек, каждый из них – либо рыцарь, либо лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Им раздали по одной карточке, на каждой карточке написано по числу; при этом все числа на карточках различны. Посмотрев на карточки соседей, каждый из сидящих за столом сказал: «Мое число больше, чем у каждого из двух моих соседей». После этого k из сидящих сказали: «Мое число меньше, чем у каждого из двух моих соседей». При каком наибольшем k это могло случиться?

Информатика. ОГЭ. №18. Приведены запросы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код — соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке возрастания количества страниц, которые нашёл поисковый сервер по каждому запросу. По всем запросам было найдено разное количество страниц. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ «|», а для логической операции «И» — символ «&».

Код	Запрос
А	Есенин & Фет
Б	(Есенин & Фет) Тютчев
В	Есенин & Фет & Тютчев
Г	Есенин Фет Тютчев

География. ОГЭ. №9. Используя данные таблицы, сравните обеспеченность стран нефтью. Расположите страны в порядке возрастания в них показателя ресурсообеспеченности, начиная со страны с наименьшим значением этого показателя.

Страна	Разведанные запасы нефти, млрд т	Добыча нефти, млн т в год
1) Норвегия	1,1	128
2) Нигерия	4,9	120
3) Россия	11,0	480

Материал внеклассной работы должен способствовать расширению объема сведений по математике, а также обучению школьников навыкам анализа нестандартных ситуаций, самостоятельной работе с литературой, развитию умений логически мыслить, лишь тогда мы сможем говорить о полноценном обучении, соответствующем требованиям ФГОС.

Список литературы

1. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7–9 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций/ [сост. Т. А. Бурмистрова]. – М.: Просвещение, 2011. – 96 с.
2. Бусуек М. В. Курс предпрофильной подготовки учащихся 9-х классов «Элементы теории множеств» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/411488/>, свободный.
3. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – 3-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2013. – 560 с.
4. Математика. Сборник рабочих программ. 5–6 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций/ [сост. Т. А. Бурмистрова]. – 4 изд. – М.: Просвещение, 2015. – 80 с.
- Осколкова Т. И. Формула включений и исключений // Математика в школе. – 2000. – № 8 – С. 9–12.